

Wtedy

$$\forall j = 0, 1, \dots, n,$$

$$0 = \frac{\partial E}{\partial a_j} = 2 \int_a^b w(x) \left[f(x) - \sum_{k=0}^n a_k \phi_k(x) \right] \phi_j(x) dx.$$

Układ równań normalnych

$$\int_a^b w(x) f(x) \phi_j(x) dx = \sum_{k=0}^n a_k \int_a^b w(x) \phi_k(x) \phi_j(x) dx, \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Dobierzemy $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n$ tak by

$$\int_a^b w(x) \phi_k(x) \phi_j(x) dx = \begin{cases} 0, & j \neq k, \\ \alpha_j > 0, & j = k \end{cases}$$

$\{\phi_k\}$

ortogonalne, wtedy

$$\int_a^b w(x) f(x) \phi_j(x) dx = a_j \int_a^b w(x) [\phi_j(x)]^2 dx = a_j \alpha_j$$

$$j = 0, 1, \dots, n,$$

Wtedy mamy $\left[a_j = \frac{1}{\alpha_j} \int_a^b w(x) f(x) \phi_j(x) dx \right]$

Znaczne uproszczenie — prosta zależność na a_j — nie ma zle warunkowanego układu równań.