Warunek konieczny dla minimum jest

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \quad \forall \quad j = 0, 1, \ldots, n.$$

Wobec tego, że

$$E = \int_a^b [f(x)]^2\,dx - 2\sum_{k=0}^{n} a_k \int_a^b x^k f(x)\,dx + \int_a^b \left(\sum_{k=0}^{n} a_k x^k\right)^2 dx,$$

mamy

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = -2\int_a^b x^j f(x)\,dx + 2\sum_{k=0}^{n} a_k \int_a^b x^{j+k}\,dx.$$

Układ równań normalnych n+1 z n+1 zmiennych

Tak więc

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \int_a^b x^{j+k}\,dx = \int_a^b x^j f(x)\,dx, \quad \forall \quad j = 0, 1, \ldots, n.$$

Przykład. Niech $f(x) = \sin \pi x$; $[a, b] = [0, 1]$; $P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

$$a_0 \int_0^1 1\,dx + a_1 \int_0^1 x\,dx + a_2 \int_0^1 x^2\,dx = \int_0^1 \sin \pi x\,dx,$$

$$a_0 \int_0^1 x\,dx + a_1 \int_0^1 x^2\,dx + a_2 \int_0^1 x^3\,dx = \int_0^1 x \sin \pi x\,dx,$$

$$a_0 \int_0^1 x^2\,dx + a_1 \int_0^1 x^3\,dx + a_2 \int_0^1 x^4\,dx = \int_0^1 x^2 \sin \pi x\,dx.$$

Po scałkowaniu mamy więc układ 3 równ. z 3 zmiennymi

$$a_0 + \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{3}a_2 = \frac{2}{\pi} \quad \frac{1}{2}a_0 + \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{4}a_2 = \frac{1}{\pi} \quad \frac{1}{3}a_0 + \frac{1}{4}a_1 + \frac{1}{5}a_2 = \frac{\pi^2 - 4}{\pi^3}.$$