$\{\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_n\}$ liniowo niezeleżne na $[a, b]$ $\Leftrightarrow$ $\varphi_i \in C[a, b]$

$$c_0 \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x) + \ldots + c_n \varphi_n(x) = 0$$

$$\forall\ x \in [a, b] \Leftrightarrow c_0 = c_1 = \ldots = c_n = 0.$$

Jezeli nie to są liniowo zalezne.

<u>Tw.</u> $\{\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_n\}$ są takie że φ_j jest wielomianem stopnia j $\Leftrightarrow$ liniowo niezalezne.

Kazdy wielomian stopnia n moze być przedstawiony jako liniowa kombinacja wielomianów liniowo niezależnych tego typu

Przykład: $\varphi_0(x) = 2$, $\varphi_1(x) = x - 3$, $\varphi_2(x) = x^2 + 2x + 7$

Niech $Q(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$.

Zauważmy, że

$$1 = \frac{1}{2}\varphi_0(x), \quad x = \varphi_1(x) + \frac{3}{2}\varphi_0(x),$$

$$x^2 = \varphi_2(x) - 2\varphi_1(x) - 3\varphi_0(x) - \frac{7}{2}\varphi_0(x)$$

$$= \varphi_2(x) - 2\varphi_1(x) - \frac{13}{2}\varphi_0(x)$$

Więc:

$$Q(x) = \left[\frac{1}{2}a_0 + \frac{3}{2}a_1 - \frac{13}{2}a_2\right]\varphi_0(x) + \left[a_1 - 2a_2\right]\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x)$$